Übungsaufgaben zur Mathematik 1.1 für Lehrämter **WS 2009/2010**
Dr. rer. nat. Peters **Serie 3**
Carsten Erdmann **Abgabetermin:** 3.11.2009, 7:30 Uhr (Vorlesung)

Aufgabe 3.1.
Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion!

(a) $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \binom{n+1}{2}^2$

(b) $\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$

(c) $\sum_{k=1}^{n} \cos((2k-1)x) = \frac{\sin(2nx)}{2\sin(x)}$

Hinweis: Nutzen Sie bei (c) die Additionstheoreme:

$$\begin{aligned} &\text{AT 1:} \quad \cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \\ &\text{AT 2:} \quad \sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b) \\ &\text{AT 3:} \quad \cos^2(x) = 1 - \sin^2(x). \end{aligned}$$

3+2+4 Punkte

Aufgabe 3.2.
Für welche natürlichen Zahlen n gilt:

(a) $n! \geq 3^n$

(b) $\frac{(n!)^2 \cdot 2^n}{(2n)!} < \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

(c) $4^n > n^4$

Begründen Sie ihre Aussage mittels vollständiger Induktion! 2+3+3 Punkte

Aufgabe 3.3.
Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass die Zahl $n^3 - 4n$ für alle natürlichen Zahlen $n \geq 3$ durch 3 teilbar ist.

3 Punkte

Alle Übungsaufgaben sind verfügbar unter:
`http://studip.uni-rostock.de`