**Aufgabe 6.1.**
Berechnen Sie $z_1 + z_2$ , $z_1 - z_2$ , $z_1 \cdot z_2$ , $\frac{z_1}{z_2}$ , $\overline{z_2} \cdot z_1$ von:

(a) $z_1 = 1 + \imath\sqrt{3}, \quad z_2 = 1 - \imath$ (b) $z_1 = 2 + 3\imath, \quad z_2 = 3 - 5\imath$

(c) $z_1 = 4 - 5\imath, \quad z_2 = 4 + 5\imath$ (d) $z_1 = i, \quad z_2 = -2 - 4i$

Geben Sie das Ergebnis in der Form $z = a + \imath b$ an! Zeichnen Sie zusätzlich die Punkte und die einzelnen Ergebnisse in die Gaußsche Zahlenebene ein. Fertigen Sie der Übersichtlichkeit halber also 4 Zeichnungen an.

$\boxed{\text{7 Punkte}}$

**Aufgabe 6.2.**
Bestimmen Sie von der komplexen Zahl $z$ den Real- und Imaginärteil:

(a) $z = \frac{1}{\imath+1}$ (b) $z = \frac{3+2\imath}{1+\imath}$ (c) $z = \left(\frac{1+\imath}{1-\imath}\right)^2$

(d) $z = re^{\imath\phi}$ mit $r = 4, \quad \phi = \frac{5}{6}\pi$ (e) $z = re^{\imath\phi}$ mit $r = 2\sqrt{3}, \quad \phi = -\frac{2}{3}\pi$

$\boxed{\text{5 Punkte}}$

**Aufgabe 6.3.**
Berechnen Sie den absoluten Betrag und das Argument der komplexen Zahlen und geben Sie die trigonometrische und die exponentielle Form an:

(a) $z = 1 + \imath$ (b) $z = \sqrt{3} + \imath$ (c) $z = -\frac{1}{2} + \imath\frac{\sqrt{3}}{2}$

(d) $z = \frac{1+2\imath}{2-\imath}$ (e) $z = \imath + \frac{1+\imath}{3+\imath}$

$\boxed{\text{5 Punkte}}$

**Aufgabe 6.4.**
Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für $x \in \mathbb{R}$ beliebig, aber fest und alle $n \in \mathbb{N}$

$$(\cos(x) + \imath\sin(x))^n = \cos(nx) + \imath\sin(nx)$$

gilt. (Formel von Moivre)

$\boxed{\text{3 Punkte}}$

---
Alle Übungsaufgaben sind verfügbar unter:
`http://studip.uni-rostock.de`