

Aufgabe 7.1.

- (a) Ein Fahrzeug soll in möglichst kurzer Zeit vom Punkt $(0\text{km}, 0\text{km})$ zum Punkt $(30\text{km}, 10\text{km})$ gelangen. Auf der Straße (im Modell die x -Achse) kann es $50\frac{\text{km}}{\text{h}}$ fahren. Im Gelände (außerhalb der x -Achse) dagegen nur $20\frac{\text{km}}{\text{h}}$. An welcher Stelle der Straße muss es abbiegen?
- (b) Ein kreiszylindrischer, oben offener Behälter vom Inhalt V (den kann man als gegeben betrachten) mit der Wand- und Bodenstärke a ist mit möglichst wenig Material herzustellen. Man bestimme für diesen Fall den Radius r des inneren Grundkreises und den Materialverbrauch M .
- (c) Unter allen Rechtecken von gegebenen Umfang l ist dasjenige mit maximalem Flächeninhalt zu bestimmen.
- (d) Welche Punkte (x, y) der Hyperbel $y^2 - x^2 = 1$ haben vom Punkt $(1; 0)$ die kleinste Entfernung?
- (e) Der Ellipse $(\frac{x^2}{a^2}) + (\frac{y^2}{b^2}) = 1$ ist dasjenige Rechteck mit achsenparallelen Seiten einzuschreiben, dessen Flächeninhalt ein Maximum wird.
- (f) Aus einem Baumstamm (Kreisquerschnitt, Radius r) soll ein Balken mit Rechteckquerschnitt (Breite b , Höhe h) so herausgeschnitten werden, dass er eine möglichst große Tragfähigkeit besitzt, die durch das Widerstandsmoment $W = \frac{bh^2}{6}$ gemessen werden kann.

20 Punkte

Aufgabe 7.2.

Führen Sie Kurvendiskussionen für folgende Funktionen durch. Nutzen Sie MAPLE für Ihre Berechnungen und für das Zeichnen der Funktionen:

$$f(x) = x^4 - 12x^3 + 46x^2 - 60x + 25$$
$$g(x) = \frac{3x^3 - 9x}{2x^2 - 8}$$

5+5 Punkte