Übungsaufgaben zur Mathematik 1.2 für Lehrämter **SS 2010**
Dr. rer. nat. Peters **Serie 8**
Carsten Erdmann **Abgabetermin:** 14.6.2010, 14:45 Uhr (Übung/Briefkasten)

Aufgabe 8.1.
Jeder vollkommen biegsame, schwere, an zwei Punkten aufgehängte Faden nimmt in Gleichgewichtslage die Form der Kettenlinie

$$y = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}} + e^{\frac{-x}{a}}\right), \quad a > 0$$

an, wobei $S(0, a)$ der Scheitelpunkt ist. Bestimmen Sie für $a = 10$ durch Taylorentwicklung diejenige Parabel, die sich in der Nähe des tiefsten Punktes S sehr eng an die Kettenlinie anschmiegt. Zeichnen Sie die Kettenlinie und die gefundene Parabel in einem Bild.

$\boxed{\text{4 Punkte}}$

Aufgabe 8.2.
Entwickeln Sie das Polynom $p_1(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + x + 2$ nach Potenzen von $x - 2$ und das Polynom $p_2(x) = x^5 + 2x^4 - x^2 + x + 1$ nach Potenzen von $x + 1$. In anderen Worten: Entwickeln Sie das erste Polynom an der Stelle $x = 2$ und das zweite Polynom an der Stelle $x = -1$ in eine Taylorreihe.

$\boxed{\text{4 Punkte}}$

Aufgabe 8.3.
Berechne die Taylorpolynome 10-ten Grades jeweils für $x_0 = 0$ für die Funktionen $f_1(x) = e^{2x}$, $f_2(x) = \sqrt{1+x}$ und $f_3(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$. Stellen Sie für jede dieser Funktionen jeweils die Funktion sowie die berechneten Taylorpolynome bis zum Grad 4 in einer Graphik in verschiedenen Farben dar. Es wird empfohlen, hierbei MAPLE zu verwenden. Die Resultate sind in schriftlicher Form abzugeben.

$\boxed{\text{7 Punkte}}$

Aufgabe 8.4.
Bestimmen Sie das Taylorpolynom von $f(x) = -\ln(1 - \frac{x}{2})$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Leiten Sie dazu zuerst eine Formel zur expliziten Berechnung der k-ten Ableitung von $f(x)$ her und beweisen diese dann per Induktion. Setzen Sie diese dann in die allgemeine Taylorformel ein.

$\boxed{\text{5 Punkte}}$

Alle Übungsaufgaben sind verfügbar unter:
`http://studip.uni-rostock.de`