Übungsaufgaben Serie 10

Mathematik für die Studiengänge Elektrotechnik und Informationstechnik/Technische Informatik

---

Aufgabe 10.1

Mittels Partialbruchzerlegung integriere man:

$$\text{a)} \quad \int \frac{x^3+2}{x^3-4x}\,dx \qquad \text{b)} \quad \int \frac{dx}{x\,(x^2+2)}$$

Aufgabe 10.2

Man untersuche, welche der uneigentlichen Integrale existieren und bestimme den Wert:

$$\text{a)} \quad \int\limits_1^\infty \frac{dx}{\sqrt{x^3}} \qquad \text{b)} \quad \int\limits_0^1 \frac{t}{\sqrt{1-t}}dt$$

$$\text{c)} \quad \int\limits_e^\infty \frac{dx}{x\ln x} \qquad \text{d)} \quad \int\limits_a^b \frac{dt}{\sqrt{(t-a)(b-t)}}$$

Aufgabe 10.3

Mit Hilfe des Integralkriteriums untersuche man die folgenden Reihen auf Konvergenz

$$\text{a)} \quad \sum_{n=2}^\infty \frac{1}{n\,\ln^2 n} \qquad \text{b)} \quad \sum_{n=2}^\infty \frac{1}{n\cdot\ln n\cdot\ln(\ln n)}$$

Aufgabe 10.4

Ein Fadenpendel mit der Länge l schwingt für kleine Auslenkwinkel nahezu harmonisch, wobei die Schwingungsdauer T aus der Näherungsgleichung $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ berechnet werden kann. Die *exakte* Berechnung der Schwingungsdauer erfolgt nach der komplizierteren Integralformel

$$T = 4\sqrt{\frac{l}{g}}\int_0^{\pi/2} \frac{du}{\sqrt{1-\lambda^2\,\sin^2 u}} \qquad \text{mit } \lambda = \sin\frac{\varphi_0}{2}\,,$$

wobei φ_0 den maximalen Auslenkwinkel bezeichnet. Berechnen Sie das darin auftretende sog. elliptische Integral (und damit auch T) für $\varphi_0 = 60°$ nach der Simpsonregel für $n = 2m = 8$ und vergleichen Sie dieses Ergebnis mit der Näherungslösung nach der Formel $T = 2\pi\sqrt{l/g}$.