

Übungsaufgaben Serie 3

Mathematik für die Studiengänge Elektrotechnik und Informationstechnik/Technische Informatik

Aufgabe 3.1

Man berechne

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+n^3}{3n^2} & \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^4+n^2} + \sqrt{n}}{n\sqrt[3]{n} + n + 1} \\ \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n^2} & \text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+2n+3} - n) \end{array}$$

Aufgabe 3.2

Die Folge (a_n) sei gegeben durch die Gleichungen

$$a_1 = \sqrt{2}, \quad a_2 = \sqrt{2 + \sqrt{2}}, \quad \dots, \quad a_n = \sqrt{2 + a_{n-1}}$$

Man zeige, dass die Folge konvergiert und berechne den Grenzwert!

Hinweis: Zum Nachweis der Konvergenz beweise man, dass $a_n \leq 2$ für all n ist und dass die Folge (a_n) monoton wächst.

Aufgabe 3.3

Mittels Vergleichs-, Wurzel-, Quotienten- oder Leibniz-Kriterium untersuche man die folgenden Reihen auf Konvergenz:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n-2} & \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \\ \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+5}{2^n} & \text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)!}{8^n n^2} \\ \text{e) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n e^{1/n}}{\sqrt{n}} \end{array}$$

Aufgabe 3.4

Man zeige, dass die folgenden Reihen konvergieren und bestimme die Reihensummen !

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$