

Übungsaufgaben Serie 4

Mathematik für die Studiengänge Elektrotechnik und Informationstechnik/Technische Informatik

Aufgabe 4.1

Unter Benutzung der Reihenentwicklung

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots$$

berechne man die Eulersche Zahl e mit einer Genauigkeit von 10^{-4} . Hierbei schätze man den Fehler (Reihenrest) nach oben durch eine geometrische Reihe ab!

Hinweis: Man benutze die Abschätzung $\frac{1}{n!} < \frac{1}{8^{n-3}}$ für $n \geq 8$.

Aufgabe 4.2

Wie lautet die inverse Funktion zu

a) $y = \ln \sqrt{\frac{4x+3}{3x-2}}, \quad x > \frac{3}{2}$

b) $y = \sin x + \cos x, \quad -\frac{3}{4}\pi \leq x \leq \frac{\pi}{4}$

Hinweis zu b): Schreiben Sie $f(x) = \sin x + \cos x$ in der Form

$$f(x) = A \sin(x + \phi) !$$

Aufgabe 4.3

Man zeige

a) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

b) $\sinh(x+x') = \sinh x \cosh x' + \cosh x \sinh x'$

c) $\operatorname{arcosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) \quad (x \geq 1)$

Aufgabe 4.4

Man berechne die Grenzwerte

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2 - a^2}}$

Hinweis: Teilen Sie Zähler und Nenner durch $x - 1$ (Aufgabe a) bzw. $\sqrt{x - a}$ (Aufgabe b)!