

# Übungsaufgaben

# Mathematik für Informatiker II

## SERIE 01

Termin: 11.-14.04.11

**01.1** Seien  $x_1, \dots, x_n$ ,  $n \geq 3$ , Elemente des metrischen Raumes  $(M, \varrho)$ . Man beweise:

$$\varrho(x_1, x_n) \leq \varrho(x_1, x_2) + \varrho(x_2, x_3) + \dots + \varrho(x_{n-1}, x_n).$$

**01.2** Im Zuschauerraum eines Theaters gibt es 30 Reihen Sitzplätze. In jeder Reihe sind 2 Plätze mehr als in der vorausgehenden. Wie viele Sitzplätze gibt es insgesamt, wenn in der 15. Reihe 50 Sitzplätze sind?

**01.3** Man stelle fest, welche der Zahlenfolgen  $(a_n)$  monoton wachsend bzw. monoton fallend sind! Welche Aussagen können Sie über Beschränktheit bzw. Unbeschränktheit machen?

(a)  $a_n = \frac{n-1}{n}$

(c)  $a_n = \frac{2n}{n+2}$

(b)  $a_n = \frac{2n}{n^2+1}$

(d)  $a_n = \frac{n^2}{2^n}$

**01.4** Man untersuche folgende Zahlenfolgen  $(a_n)$  auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls den Grenzwert!

(a)  $a_n = \frac{n^2 + 3n - 2}{3n^2 + 5}$

(d)  $a_n = \frac{3^{2n+1} - 7}{9^n + 4}$

(b)  $a_n = \frac{3n^2 + \sqrt{n^3 + 2}}{n^2 - n + 1}$

(e)  $a_n = \frac{1}{n+2} \sum_{i=1}^n i - \frac{n}{2}$

(c)  $a_n = \sqrt{n^2 + 1} - n$

**01.5** Es sei  $a_n := \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ .

Durch geeignetes Zusammenfassen der Brüche beweise man:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}.$$