

04.1 Wie müssen die Konstanten A und B gewählt werden, damit die folgende Funktion überall stetig wird?

$$f(x) := \begin{cases} -2 \sin x & \text{falls } x \leq -\frac{\pi}{2} \\ A \sin x + B & \text{falls } |x| < \frac{\pi}{2} \\ \cos x & \text{falls } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

04.2 Aus der Beziehung

$$1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$$

leite man eine Formel für die Summe

$$1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1}$$

her. (**Hinweis:** Differenzieren!)

04.3 Man berechne die Ableitungen der Funktionen

(a) $\frac{1}{(a + bx^2)^3}$

(d) $\arcsin \frac{1}{x}$

(b) $\frac{x}{\sin x - x \cos x}$

(e) $x^2 \cosh x$

(c) $e^{\sin x}$

04.4 Wie lautet die Gleichung der Tangente an die Kurve mit der Gleichung $f(x) = \frac{2 \cos^2 x}{1 + \tan x}$ im Punkt mit den Koordinaten $(0, 2)$?

04.5 Sei $f(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \sin \frac{1}{x} & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$.

(a) Ist $f(x)$ in $x = 0$ differenzierbar?

(b) Ist $f'(x)$ in $x = 0$ stetig?