

05.1 Sei $f(x) := (x^2 + 2x + 1)e^{-x}$.

- Berechnen Sie für den Graphen dieser Funktion f die Koordinaten der Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und die Koordinaten der Extrem- und Wendepunkte!
- In welchen Intervallen ist f konvex bzw. konkav?
- Skizzieren Sie den Graphen von f im Intervall $[-2, 8]$. Geben Sie alle für diese Darstellung verwendeten Eigenschaften an und begründen Sie diese!

05.2 Man beweise mittels vollständiger Induktion die LEIBNIZSche Produktregel

$$(f \cdot g)^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(n-k)} g^{(k)}.$$

05.3 Mit Hilfe des Mittelwertsatzes der Differentialrechnung beweise man die Ungleichung

$$e^x \geq 1 + x.$$

05.4 Sie sollen möglichst materialsparend zylindrische Konservendosen produzieren. Wie müssen Sie den Durchmesser und die Höhe des Zylinders einstellen, damit Sie möglichst wenig Blech verbrauchen (minimale Oberfläche), um ein vorgegebenes Dosenvolumen von genau einem Liter zu erreichen?

05.5 Für welche Punkte P der Parabel $y^2 = 2px$ ist das vom Berührungspunkt P bis zur *Leitlinie*, der Geraden $x = -\frac{p}{2}$, betrachtete Stück der Tangente in P ein Minimum?