Übungsaufgaben Mathematik für Informatiker II

SERIE 07 Termin: 30.05.-01.06.11

07.1 f sei eine über $[-a, a]$ integrierbare Funktion. Man zeige:

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = \begin{cases} 0 & \text{falls } f \text{ eine ungerade Funktion ist,} \\ 2\int_0^a f(x)\,dx & \text{falls } f \text{ eine gerade Funktion ist.} \end{cases}$$

(**Hinweis:** Eine Funktion f heißt *gerade* bzw. *ungerade* genau dann, wenn für alle x gilt: $f(x) = f(-x)$ bzw. $f(x) = -f(-x)$.)

07.2 Man berechne:

(a) $\displaystyle\int x^2 \ln x\,dx$

(b) $\displaystyle\int \arcsin x\,dx$

(c) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x\,dx$

(d) $\displaystyle\int_1^4 \frac{x}{\sqrt{2+4x}}\,dx$

(e) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{dx}{(1+x^2)^2}$ $(x = \tan z)$

07.3 Man zerlege die rationale Funktion $f(x) = \dfrac{2x^2 - x + 1}{(x+2)^2(x-1)}$ in Partialbrüche.

07.4 Man berechne

$$\int \frac{8x^3 + x^2 - x + 19}{(4x^2+1)(x+3)(x-2)}\,dx.$$

07.5 (a) Seien $u = f(x)$ und $v = g(x)$ Funktionen, die eine stetige n-te Ableitung haben. Man beweise:

$$\int uv^{(n)}\,dx = uv^{(n-1)} - u'v^{(n-2)} + u''v^{(n-3)} - \ldots + (-1)^n \int u^{(n)} v\,dx\ .$$

(b) Welche Vereinfachung ergibt sich, wenn $u^{(n)} = 0$ ist?

(c) Man verwende (a) zur Berechnung von $\displaystyle\int_0^{\pi} x^4 \sin x\,dx$.