

08.1 Man berechne die folgenden uneigentliche Integrale!

$$(a) \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt{1 - \sin x}} dx$$

$$(c) \int_0^1 x \ln x dx$$

$$(b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$$

$$(d) \int_0^{\infty} e^{-x} \sin x dx$$

08.2 Man berechne das Volumen des unbeschränkten Rotationskörpers, der durch Drehung der Kurve $xy = 9$ für $x \geq 1$ um die x -Achse entsteht.

08.3 Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve

$$y = \frac{1}{2}x\sqrt{x} + 1$$

im Intervall $0 \leq x \leq 1$.

08.4 Berechnen Sie die Bogenlänge der Kardioide, die in Parameterform wie folgt für $0 \leq \phi \leq 2\pi$ gegeben ist:

$$x = (1 - \cos \phi) \cos \phi$$

$$y = (1 - \cos \phi) \sin \phi$$

Hinweis: Es gelten die Beziehungen $\sin(2\phi) = 2 \sin \phi \cos \phi$, $\cos(2\phi) = \cos^2 \phi - \sin^2 \phi$, $\cos \phi = \cos(2\phi - \phi) = \cos(2\phi) \cos \phi + \sin(2\phi) \sin \phi$ und $1 - \cos \phi = 2 \sin^2(\frac{1}{2}\phi)$.

08.5 Untersuchen Sie mit Hilfe des Integralkriteriums, für welche positiven Zahlen α die folgende Reihe konvergiert:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n (\ln n)^\alpha}$$