

10.1 Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 x^n$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} (3^n - 2^n) x^n$

(c) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n 2^n \log n} x^n$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} (\arctan n^\alpha)^n x^n$

10.2 Man entwickle die folgende Funktion $f(x)$ für $|x| < 1$ in eine Potenzreihe!

$$f(x) = \int_0^x \frac{\ln(1+t^2)}{t^2} dt .$$

(Hinweis: Verwenden Sie die Reihendarstellung für die Funktion $\ln(1+x)$.)

10.3 Man entwickle die folgende Funktion in eine Potenzreihe!

$$f(x) = \frac{2x^3 - 42x^2 + 293x - 682}{(x-4)(x-7)^3} .$$

10.4 Die Folge (a_n) sei definiert durch $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ und $a_n = 3a_{n-1} + 10a_{n-2}$ für $n \geq 2$.
Man gebe eine explizite Formel für a_n an!

10.5 Man entwickle die Funktion $f(x) = \cosh x$ in eine Taylorreihe an der Stelle $x_0 = 0$

(a) direkt durch die Berechnung der Ableitungen,

(b) unter Verwendung der TAYLOR-Reihe für e^x .

Man bestimme insbesondere das Restglied und zeige, dass dies für $n \rightarrow \infty$ gegen Null strebt!