Übungsaufgaben **Mathematik für Informatiker II**

SERIE 11 **Termin: $\boxed{27.06.\text{-}30.06.11}$**

11.1 Man zeige für FOURIER–Reihen bei 2π-periodischen Funktionen:

(a) Ist $f(x)$ *gerade*, d.h. $f(-x) = f(x)$ für alle x, so gilt $a_n = \frac{2}{\pi}\int\limits_0^\pi f(x)\cos nx\,dx$ und $b_n = 0$.

(b) Ist $f(x)$ *ungerade*, d.h. $f(-x) = -f(x)$ für alle x, so gilt $a_n = 0$ und $b_n = \frac{2}{\pi}\int\limits_0^\pi f(x)\sin nx\,dx$.

(c) Gilt sogar $f(x) = f(x+\pi)$ für alle x, so ist $a_{2k} = \frac{2}{\pi}\int\limits_0^\pi f(x)\cos 2kx\,dx$, $\quad a_{2k+1} = 0$ und $b_{2k} = \frac{2}{\pi}\int\limits_0^\pi f(x)\sin 2kx\,dx$, $\quad b_{2k+1} = 0$.

11.2 Man berechne die FOURIER-Reihe für

$$f(x) = \begin{cases} x(\pi - x), & 0 \le x \le \pi, \\ x(\pi + x), & -\pi \le x \le 0, \end{cases}$$

und ermittle danach die Summe von

$$1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \cdots .$$

11.3 Man zerlege die folgende Funktion mit der Periode $T = 3$ in eine FOURIER-Reihe!

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{falls } 0 \le x \le 1 \\ 1 & \text{falls } 1 < x < 2 \\ 3 - x & \text{falls } 2 \le x \le 3 \end{cases} .$$

Was kann man über die Konvergenz der Reihe sagen?

11.4 Man approximiere die Funktion $f(x) = e^x$ im Intervall $[-1, 1]$ unter Benutzung der LEGENDREschen Polynome durch ein Polynom 2.Grades und gebe den Approximationsfehler an.

11.5 Man approximiere $y(x) = \frac{1}{4}(x^2 + 2x + 1)$ im Intervall $[-1, 1]$ durch eine Gerade unter Verwendung der Gewichtsfunktion $\omega(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
Hinweis:

$$\int_{-1}^{1} \frac{x^p}{\sqrt{1-x^2}} = \begin{cases} \pi, & \text{falls } p = 0 \\ 0, & \text{falls } p = 1 \text{ oder } p = 3 \\ \frac{\pi}{2}, & \text{falls } p = 2 \end{cases}$$