

12.1 (a) Man bestimme $\frac{\partial f}{\partial x}$ und $\frac{\partial f}{\partial y}$ für $f(x, y) = \frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2}$ und $f(x, y) = \arctan \frac{y}{x}$.

(b) Man bestimme $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ für $f(x, y) = 2x^2 - 5xy + y^2$ und $f(x, y) = \sin 3x \cos 4y$.

12.2 Für $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$ bestimme man nach der Koordinatentransformation $x = 2r + s$, $y = r - 2s$ die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial r}$ und $\frac{\partial f}{\partial s}$!

12.3 Mit Hilfe der TAYLORSchen Formel entwickle man die Funktion

$$f(x, y) = 2xy^3 + xy - 1$$

nach Potenzen von $x + 1$ und $y - 3$.

(**Hinweis:** Das heißt, an der Entwicklungsstelle $(-1, 3)$.)

12.4 Man bestimme die lokalen Extremstellen und die Art der lokalen Extrema der für alle reellen x, y mit $x > 0$ definierten Funktion

$$f(x, y) = -3x + y^2 + 4x^3 - y^4.$$

12.5 Man bestimme die lokalen Extremstellen und die Art der lokalen Extrema der Funktion

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy + 2z + x.$$