

- 13.1** Das beschränkte Gebiet  $G$  sei begrenzt durch die Geraden  $x = 1$ ,  $y = x$  sowie  $y = 4 - x$ . Skizzieren Sie  $G$  und berechnen Sie dann das Doppelintegral

$$\int_G xy \, dx \, dy.$$

- 13.2** Ein Draht habe den kreisförmigen Querschnitt  $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq R^2\}$ . Man berechne den Torsionswiderstand

$$C = \mu \iint_B (R^2 - x^2 - y^2) \, dx \, dy.$$

Dabei ist  $\mu > 0$  eine materialabhängige Konstante.

- 13.3** Für das Gebiet  $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 - y^2 \leq 9 \wedge 2 \leq xy \leq 4\}$  berechne man

$$\iint_D x^2 + y^2 \, dx \, dy \quad .$$

(**Hinweis:** Man verwende die Koordinatentransformation  $u = x^2 - y^2, v = 2xy$ .)

- 13.4** Man löse das folgende Anfangswertproblem!

$$\begin{aligned} y' &= \frac{2y}{x+1} + e^x(x+1)^2, \\ y(0) &= 2, \end{aligned}$$

wobei  $y$  explizit als Funktion von  $x$  angegeben werden soll.

- 13.5** Man löse mit der Ansatzmethode die Differentialgleichungen

(a)  $y''' + 2y'' - y' - 2y = e^x + x^2$ ,

(b)  $y'' + 4y = x^2 \sin 2x$ .