Thema 5 - Autorennen

Carsten Erdmann

Universität Rostock

18.06.2008

gegebene Parameter

- 90°-Kurve mit 20 m Innenradius, 25 m lange Geraden am Anfang und am Ende
- 600 kg schweres, 2 m breites Fahrzeug

gegebene Parameter

- 90°-Kurve mit 20 m Innenradius, 25 m lange Geraden am Anfang und am Ende
- 600 kg schweres, 2 m breites Fahrzeug
- parallel zur Fahrbahn am Anfang und Ende des Streckenabschnitts

gegebene Parameter

- 90°-Kurve mit 20 m Innenradius, 25 m lange Geraden am Anfang und am Ende
- 600 kg schweres, 2 m breites Fahrzeug
- parallel zur Fahrbahn am Anfang und Ende des Streckenabschnitts
- 100 $\frac{m}{s}$ maximale Geschwindigkeit

gegebene Parameter

- 90°-Kurve mit 20 m Innenradius, 25 m lange Geraden am Anfang und am Ende
- 600 kg schweres, 2 m breites Fahrzeug
- parallel zur Fahrbahn am Anfang und Ende des Streckenabschnitts
- 100 $\frac{m}{s}$ maximale Geschwindigkeit
- maximal 18000 N bevor Auto aus der Kurve fliegt

gegebene Parameter

- 90°-Kurve mit 20 m Innenradius, 25 m lange Geraden am Anfang und am Ende
- 600 kg schweres, 2 m breites Fahrzeug
- parallel zur Fahrbahn am Anfang und Ende des Streckenabschnitts
- 100 $\frac{m}{s}$ maximale Geschwindigkeit
- maximal 18000 N bevor Auto aus der Kurve fliegt
- maximale Verzögerung bei konstant $2b$

gegebene Parameter

- 90°-Kurve mit 20 m Innenradius, 25 m lange Geraden am Anfang und am Ende
- 600 kg schweres, 2 m breites Fahrzeug
- parallel zur Fahrbahn am Anfang und Ende des Streckenabschnitts
- 100 $\frac{m}{s}$ maximale Geschwindigkeit
- maximal 18000 N bevor Auto aus der Kurve fliegt
- maximale Verzögerung bei konstant $2b$
- maximale Beschleunigung ist geschwindigkeitsabhängig, bei $b \cdot \left(1 - \frac{v}{v_{max}}\right)$

gegebene Parameter

- 90°-Kurve mit 20 m Innenradius, 25 m lange Geraden am Anfang und am Ende
- 600 kg schweres, 2 m breites Fahrzeug
- parallel zur Fahrbahn am Anfang und Ende des Streckenabschnitts
- 100 $\frac{m}{s}$ maximale Geschwindigkeit
- maximal 18000 N bevor Auto aus der Kurve fliegt
- maximale Verzögerung bei konstant $2b$
- maximale Beschleunigung ist geschwindigkeitsabhängig, bei $b \cdot \left(1 - \frac{v}{v_{max}}\right)$

Aufgabenstellung

- Bestimme den optimalen Weg (Ideallinie) und die Zeit dazugehörige Zeit!

Aufgabenstellung

- Bestimme den optimalen Weg (Ideallinie) und die Zeit dazugehörige Zeit!
- Untersuche wie sich die Ideallinie und Zeit bei sich verändernden Parametern verhalten!

Aufgabenstellung

- Bestimme den optimalen Weg (Ideallinie) und die Zeit dazugehörige Zeit!
- Untersuche wie sich die Ideallinie und Zeit bei sich verändernden Parametern verhalten!

Grundlegende Dinge

- die Ideallinie wird linear, mit hilfe von Stützstellen approximiert

Grundlegende Dinge

- die Ideallinie wird linear, mit hilfe von Stützstellen approximiert
- Stützstellen sind nicht notwendigerweise äquidistant auf der Strecke verteilt

Grundlegende Dinge

- die Ideallinie wird linear, mit hilfe von Stützstellen approximiert
- Stützstellen sind nicht notwendigerweise äquidistant auf der Strecke verteilt
- Verschiebung der Stützstellen erfolgt senkrecht zum Fahrbahnrand

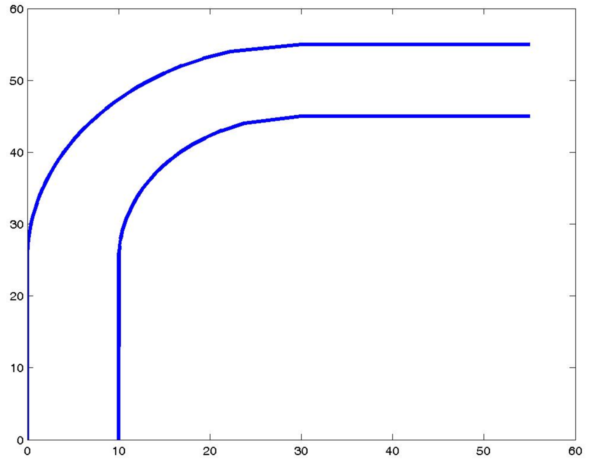
Grundlegende Dinge

- die Ideallinie wird linear, mit hilfe von Stützstellen approximiert
- Stützstellen sind nicht notwendigerweise äquidistant auf der Strecke verteilt
- Verschiebung der Stützstellen erfolgt senkrecht zum Fahrbahnrand
- die ersten beiden, bzw. letzten beiden Stützstellen werden jeweils parallel verschoben, um die Parallelität zu realisieren

Grundlegende Dinge

- die Ideallinie wird linear, mit hilfe von Stützstellen approximiert
- Stützstellen sind nicht notwendigerweise äquidistant auf der Strecke verteilt
- Verschiebung der Stützstellen erfolgt senkrecht zum Fahrbahnrand
- die ersten beiden, bzw. letzten beiden Stützstellen werden jeweils parallel verschoben, um die Parallelität zu realisieren

Darstellung der Kurve in einem 2-dimensionalen Koordinatensystem



Bestimmung der Krümmung

Problem: Lineare Darstellung

es besteht eine unendlich große Krümmung an den Stützstellen, bzw. keine auf den Geraden zwischen diesen

Lösung

es werden 3 Stützstellen zusammen betrachtet, diese werden als Eckpunkte eines Dreiecks angesehen

es wird der Umkreis gebildet, womit es möglich ist den Radius zu berechnen

$$r = \frac{abc}{4A} \qquad A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \qquad s = \frac{a+b+c}{2}$$

Bestimmung der Krümmung

Problem: Lineare Darstellung

es besteht eine unendlich große Krümmung an den Stützstellen, bzw. keine auf den Geraden zwischen diesen

Lösung

es werden 3 Stützstellen zusammen betrachtet, diese werden als Eckpunkte eines Dreiecks angesehen

es wird der Umkreis gebildet, womit es möglich ist den Radius zu berechnen

$$r = \frac{abc}{4A} \qquad A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \qquad s = \frac{a+b+c}{2}$$

Berechnung der maximalen Geschwindigkeit

Kraftberechnung

Zur Berechnung dient die Formel $F = \frac{mv^2}{r}$

Berechnung der maximalen Geschwindigkeit

Kraftberechnung

Zur Berechnung dient die Formel $F = \frac{mv^2}{r}$

Bestimmung der maximalen Geschwindigkeit

- aktuelle Geschwindigkeiten bei den Stützstellen werden in einem Hilfsvektor gespeichert
- zum Anfang werden alle auf v_{max} gesetzt
- Falls mehr als 18000 N wirken, wird die maximale Geschwindigkeit heruntergesetzt, so dass $F(x_i) \leq F_{max}$ $\forall i \in \{1, \ldots, n\}$ gilt

Berechnung der maximalen Geschwindigkeit

Kraftberechnung

Zur Berechnung dient die Formel $F = \frac{mv^2}{r}$

Bestimmung der maximalen Geschwindigkeit

- aktuelle Geschwindigkeiten bei den Stützstellen werden in einem Hilfsvektor gespeichert
- zum Anfang werden alle auf v_{max} gesetzt
- Falls mehr als 18000 N wirken, wird die maximale Geschwindigkeit heruntergesetzt, so dass $F(x_i) \leq F_{max}$ $\forall i \in \{1, \ldots, n\}$ gilt

Simulieren des Bremsverhaltens

- Verwendung eines rekursiven Algorithmusses, der beginnend bei der letzten Stützstelle alle vorherigen Stützstellen durchgeht und sicherstellt, das die maximale Verzögerung $2b$ beträgt.
- Bei Verletzung heruntersetzen der maximalen Geschwindigkeit der vorhergehenden Stützstelle

$$v_0 = \sqrt{v_E^2 - 2as} = \sqrt{v_E^2 + 4 \cdot b \cdot s}$$

Simulieren des Bremsverhaltens

- Verwendung eines rekursiven Algorithmusses, der beginnend bei der letzten Stützstelle alle vorherigen Stützstellen durchgeht und sicherstellt, das die maximale Verzögerung $2b$ beträgt.
- Bei Verletzung heruntersetzen der maximalen Geschwindigkeit der vorhergehenden Stützstelle

$$v_0 = \sqrt{v_E^2 - 2as} = \sqrt{v_E^2 + 4 \cdot b \cdot s}$$

Simulieren der Beschleunigung

- rekursiver Algorithmus der alle Stützstellen beginnend ab der ersten durchgeht und überpruft, ob die Beschleunigungsbedingung eingehalten wurde
- ist dies verletzt, wird die Geschwindigkeit der nachfolgenden Stützstelle herunterreguliert

$$v_E = \sqrt{\frac{v_0^2 v_{max} + 2bsv_{max} - 2bsv_0}{v_{max}}}$$

Simulieren der Beschleunigung

- rekursiver Algorithmus der alle Stützstellen beginnend ab der ersten durchgeht und überpruft, ob die Beschleunigungsbedingung eingehalten wurde
- ist dies verletzt, wird die Geschwindigkeit der nachfolgenden Stützstelle herunterreguliert

$$v_E = \sqrt{\frac{v_0^2 v_{max} + 2bsv_{max} - 2bsv_0}{v_{max}}}$$

Realtitätsnahe Bedingung

- zur besseren Annäherung der Realität muss die Formel

$$\left(\frac{a}{a_{max}}\right)^2 + \left(\frac{F}{F_{max}}\right)^2 \leq 1$$

  in jedem Streckenabschnitt erfüllt sein
- Notwendigkeit der Betrachtung beim Bremsen und Beschleunigen

Realtitätsnahe Bedingung - Beschleunigen

$$v_E = \sqrt{{v_0}^2 + 2\,bs\sqrt{1 - \frac{m^2 {v_0}^2}{r^2 {F_{max}}^2}}\left(1 - \frac{v_0}{v_{max}}\right)}$$

einbinden obiger Formel in den Beschleunigungsalgorithmus, wobei das Minimum von beiden Werten zu betrachten ist

Realtitätsnahe Bedingung - Bremsen

$$v_0 = \sqrt{\frac{r^2 {F_{max}}^2 {v_E}^2 + 4\sqrt{r^2 {F_{max}}^2 s^2 b^2 \left(16 m^2 s 2 b^2 - m^2 {v_E}^4 + r^2 {F_{max}}^2\right)}}{16 m^2 s^2 b^2 + r^2 {F_{max}}^2}}$$

einbinden obiger Formel in den Bremsalgorithmus, wobei das Minimum von beiden Werten zu betrachten ist

Realtitätsnahe Bedingung - Bremsen

$$v_0 = \sqrt{\frac{r^2 {F_{max}}^2 {v_E}^2 + 4\sqrt{r^2 {F_{max}}^2 s^2 b^2 \left(16 m^2 s 2 b^2 - m^2 {v_E}^4 + r^2 {F_{max}}^2\right)}}{16 m^2 s^2 b^2 + r^2 {F_{max}}^2}}$$

einbinden obiger Formel in den Bremsalgorithmus, wobei das Minimum von beiden Werten zu betrachten ist

Zeitberechnung

Die Zeitberechnung erfolgt mittels der Formel

$$t_{gesamt} = \sum_{i=1}^{n-1} t_i = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{2s_i}{v(x_i) + v(x_{i+1})}$$

Zeitberechnung

Die Zeitberechnung erfolgt mittels der Formel

$$t_{gesamt} = \sum_{i=1}^{n-1} t_i = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{2s_i}{v(x_i) + v(x_{i+1})}$$

Optimierung mittels Optimization-Toolbox

fmincon()

- minimiert eine vorgegebene Funktion ϕ innerhalb fester Schranken

$$\phi : \mathbb{R}^{2n} \longrightarrow \mathbb{R} \qquad (x_1, \ldots, x_{2n})^T \mapsto t_{gesamt}$$

Optimierung mittels Optimization-Toolbox

fmincon()

- minimiert eine vorgegebene Funktion ϕ innerhalb fester Schranken

$$\phi : \mathbb{R}^{2n} \longrightarrow \mathbb{R} \qquad (x_1, \ldots, x_{2n})^T \mapsto t_{gesamt}$$

Umsetzung von fmincon

- Eingabewert darf nur ein Vektor sein,daher Umwandlung der 2-dimensionalen Koordinaten in 1-dimensionale in dem der Abstand jedes Punktes zum Fahrbahninneren betrachtet wird
- Schranken sind somit jeweils 1 und 9
- ϕ erhält Stützstellen, errechnet unter Einhaltung sämtlicher Bedingung die Zeit zu den Stützstellen

Optimierung mittels Optimization-Toolbox

fmincon()

- minimiert eine vorgegebene Funktion ϕ innerhalb fester Schranken

$$\phi : \mathbb{R}^{2n} \longrightarrow \mathbb{R} \qquad (x_1, \ldots, x_{2n})^T \mapsto t_{gesamt}$$

Umsetzung von fmincon

- Eingabewert darf nur ein Vektor sein,daher Umwandlung der 2-dimensionalen Koordinaten in 1-dimensionale in dem der Abstand jedes Punktes zum Fahrbahninneren betrachtet wird
- Schranken sind somit jeweils 1 und 9
- ϕ erhält Stützstellen, errechnet unter Einhaltung sämtlicher Bedingung die Zeit zu den Stützstellen

Optimierung mittels Optimization-Toolbox

Problem

- die Güte der Approximation hängt von der Größe des Startvektors und dessen Nähe zur optimalen Lösung ab
- Lösung indem eine dynamische Anzahl von Stützstellen vorgegeben wird
- ist für wenige Stützstellen die optimale Lösung errechnet worden, dann werden zwischen den bisherigen Stützstellen weitere eingefügt und der Algorithmus erneut gestartet, dies wird öfters wiederholt

Optimierung mittels Optimization-Toolbox

Problem

- die Güte der Approximation hängt von der Größe des Startvektors und dessen Nähe zur optimalen Lösung ab
- Lösung indem eine dynamische Anzahl von Stützstellen vorgegeben wird
- ist für wenige Stützstellen die optimale Lösung errechnet worden, dann werden zwischen den bisherigen Stützstellen weitere eingefügt und der Algorithmus erneut gestartet, dies wird öfters wiederholt

Optimierung mittels Konvergenzalgorithmus

- Annäherung der Ideallinie von vorgegebener Linie
- Veränderung eines beliebigen Punktes um ϵ, ist neue Zeit besser, dann ist dies die neue Ideallinie
- Wiederholung dieser Veränderung für alle Stützstellen in beide Richtungen
- bringt eine Veränderung bei keinem Punkt eine Verbesserung, dann $\epsilon_{neu} = \epsilon_{alt}/2$, erneutes starten des Algorithmusses

Optimierung mittels Konvergenzalgorithmus

Problem

bei zuvielen Stützstellen tritt keine Konvergenz ein

Lösung

dynamische Anzahl von Stützstellen

Optimierung mittels Konvergenzalgorithmus

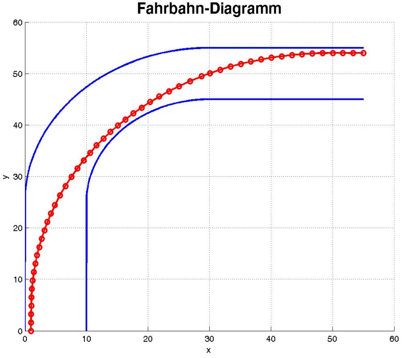
Problem

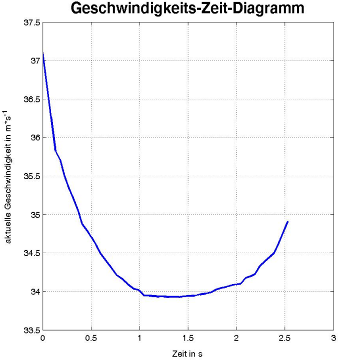
bei zuvielen Stützstellen tritt keine Konvergenz ein

Lösung

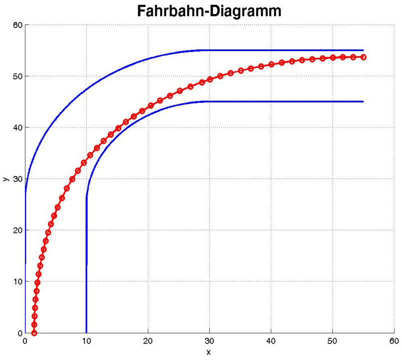
dynamische Anzahl von Stützstellen

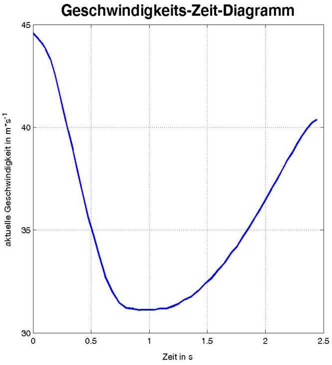
b=5, mit Realitätsbedingung



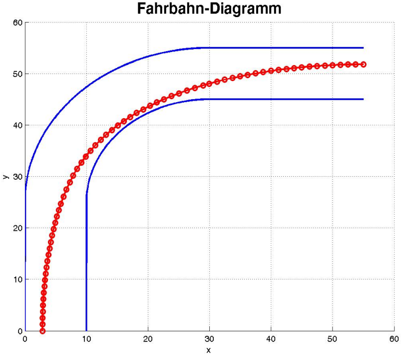


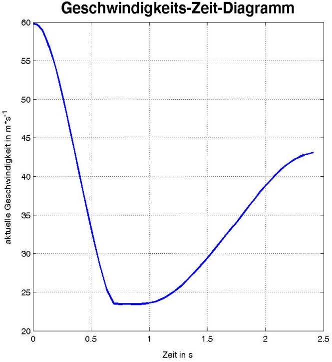
b=30, mit Realitätsbedingung



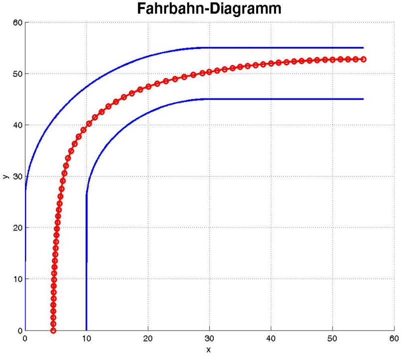


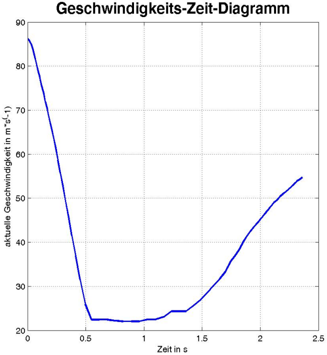
b=50, mit Realitätsbedingung



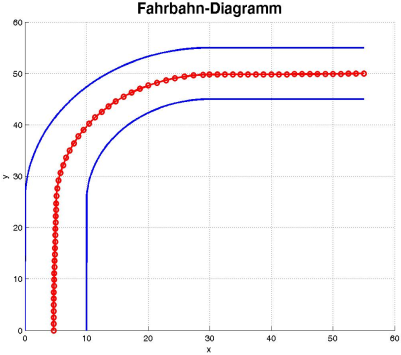


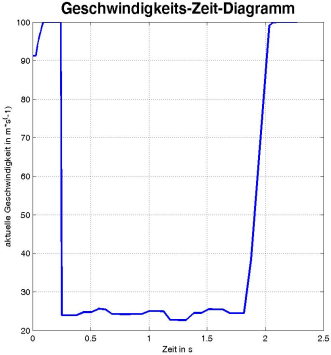
b=100, mit Realitätsbedingung



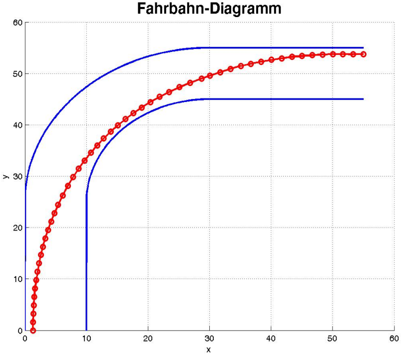


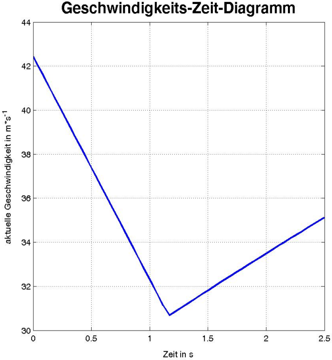
b=10000, mit Realitätsbedingung



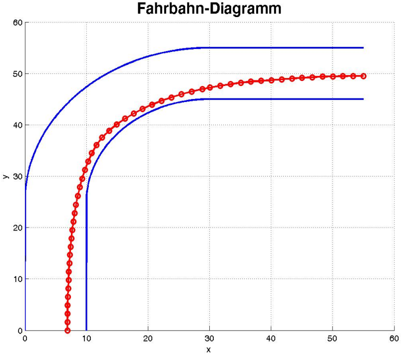


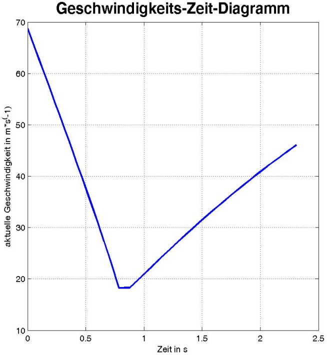
b=5, ohne Realitätsbedingung





b=30, ohne Realitätsbedingung





Auswirkungen von Veränderung von b

Auswirkungen auf Ideallinie

- die Ideallinie ist bei realen Verhältnissen nicht von b abhängig
- bei unrealistisch hohen b kommt es zu einer Annäherung zum Kurveninneren

Auswirkungen auf die Zeit

- die Zeit variiert jedoch stark mit zunehmenden b, je höher b, desto besser die Zeit

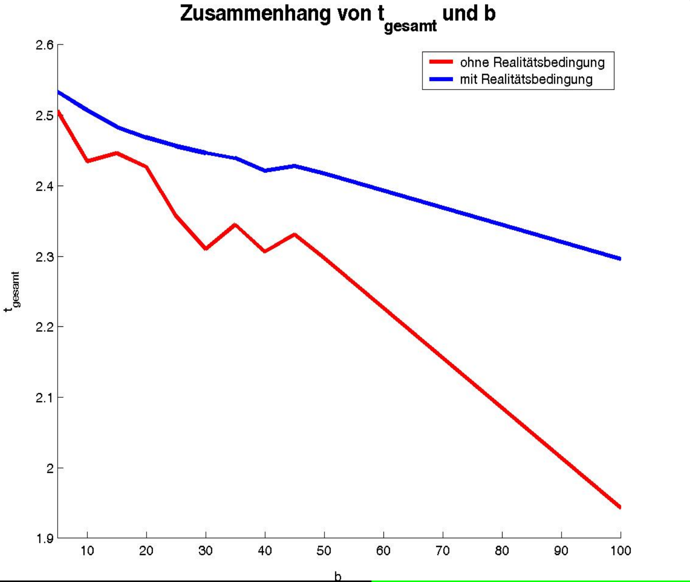
Auswirkungen von Veränderung von b

Auswirkungen auf Ideallinie

- die Ideallinie ist bei realen Verhältnissen nicht von b abhängig
- bei unrealistisch hohen b kommt es zu einer Annäherung zum Kurveninneren

Auswirkungen auf die Zeit

- die Zeit variiert jedoch stark mit zunehmenden b, je höher b, desto besser die Zeit


Zusammenhang von t_{gesamt} und b
ohne Realitätsbedingung
mit Realitätsbedingung
t_{gesamt}
b
2.6
2.5
2.4
2.3
2.2
2.1
2
1.9
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

Auswirkungen der Realitätsbedingung

auf die Ideallinie

- ohne R-Bedingung neigt die Ideallinie stärker zum Kurveninneren
- ohne R-Bedingung ist die Ideallinie 'eckiger'
- mit R-Bedingung bleibt die Ideallinie f

- die Zeit ist ohne R-Bedingung stehts besser

Auswirkungen der Realitätsbedingung

auf die Ideallinie

- ohne R-Bedingung neigt die Ideallinie stärker zum Kurveninneren
- ohne R-Bedingung ist die Ideallinie 'eckiger'
- mit R-Bedingung bleibt die Ideallinie f

- die Zeit ist ohne R-Bedingung stehts besser

Fragen

Noch Fragen?????

Fragen

Noch Fragen?????